

Transmissions par engrenages III

Fabrication de la denture, Modes de ruine et dimensionnement de la dent

Dr. S. Soubielle



Dans ce cours, nous allons...

... Présenter les procédés de fabrication de la denture

- ... Taillage par outil de forme
- ... Taillage par génération
- ... Autres types de taillage

... Décrire les modes d'usure et de ruine de la denture

- ... Piquage, grippage, abrasion, rupture

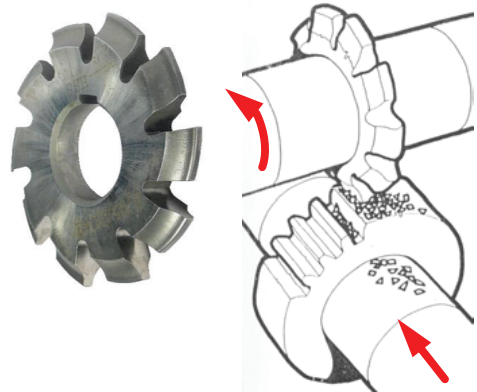
... Définir les conditions de résistance de la denture

- ... Condition de résistance en flexion
- ... Condition de résistance à la pression de contact

Taillage par outil de forme

• Taillage par « fraise module »

- **Mouvements** : Fraise → rotation
Ébauche → translation
- **Machine** : Fraiseuse + plateau diviseur

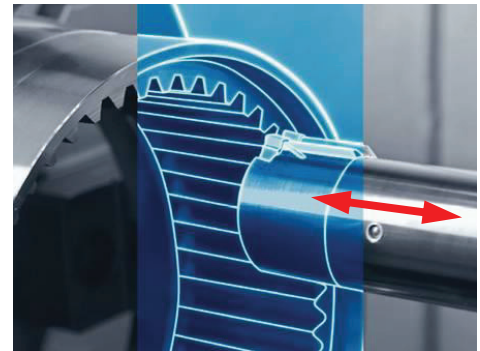


• Taillage par brochage

- **Mouvement** : Broche → translation
- **Machine** : Tour (+ plateau diviseur)

• Comparatif possibilités

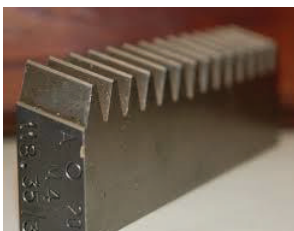
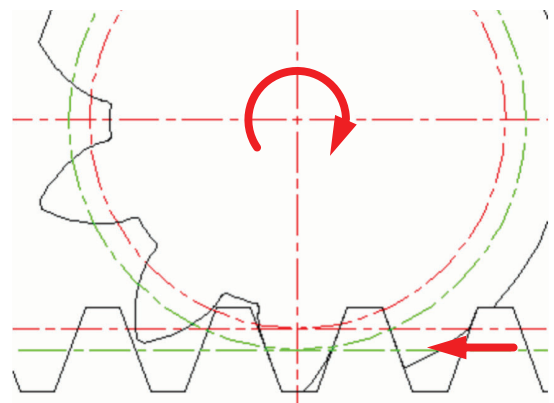
Dentures possibles	Extérieure		Intérieure	
	Droite	Hélic.	Droite	Hélic.
Fraise module	✓	✓	✗	✗
Brochage	✓	(✓)	✓	✗



Taillage par « génération »

• Principe général

- **Mouvements « conjugués » de l'outil et de l'ébauche**
→ Simulent l'engrènement entre deux roues dentées
- **Taillage sur machines dédiées**
- **Formes d'outils**



Crémaillère de taillage



Outil pignon



« Fraise-mère »

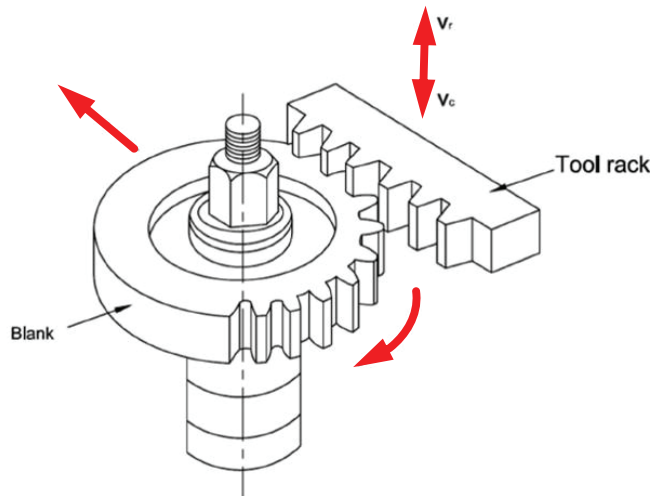


Outil « skyving »

Taillage par outil crémaillère

• Mouvement

- **Outil** → Translation alternée
- **Ébauche** → Translation + rotation combinées



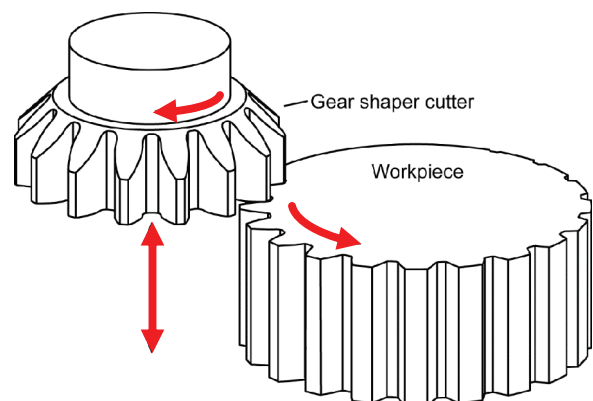
• Particularités

- ✓ Outil facile à affûter
- ✓ Taillage de denture extérieure droite ou hélicoïdale
- ⚠ 18 dents au min. sans interférence sur denture droite normalisée
- ⚠ Taillage de denture extérieure uniquement

Taillage par outil-pignon

• Mouvements

- **Outil** → Translation alternée
- **Outil + ébauche**
→ Rotations combinées



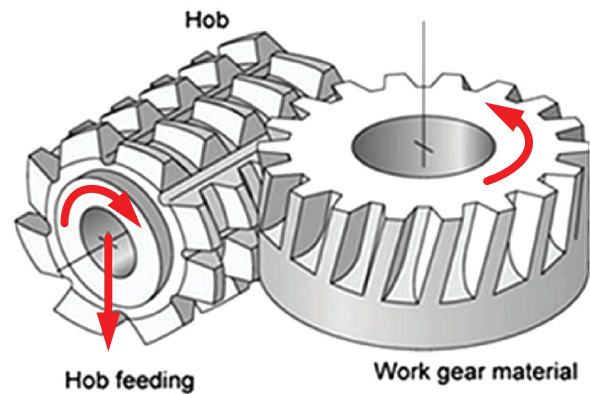
• Particularités

- ✓ 13 dents au min. sans interférence sur denture droite normalisée
- ✓ Taillage de denture extérieure droite ou hélicoïdale
- ✓ Taillage de denture intérieure droite ou hélicoïdale

Taillage par fraise-mère (« hobbing »)

• Mouvements

- **Outil** → Translation
- **Outil + ébauche**
→ Rotations combinées



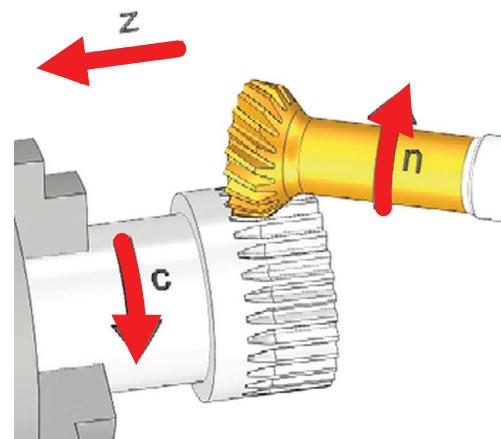
• Avantages / inconvénients

- ✓ Taillage de denture extérieure droite ou hélicoïdale
- ✓ Taillage de denture de type roue et vis sans fin
- ✓ Procédé à haut débit de copeau
- ⚠ Taillage de denture extérieure uniquement
- ⚠ 18 dents au min. sans interférence sur denture droite normalisée

Taillage par « skiving »

• Mouvements

- **Outil** → Translation
- **Outil + ébauche**
→ Rotations combinées



• Avantages / inconvénients

- ✓ 13 dents au min. sans interférence sur denture droite normalisée
- ✓ Taillage de denture extérieure droite ou hélicoïdale
- ✓ Taillage de denture intérieure droite ou hélicoïdale
- ✓ Procédé à haut débit de copeau
- ✓ Usinage sur centre d'usinage

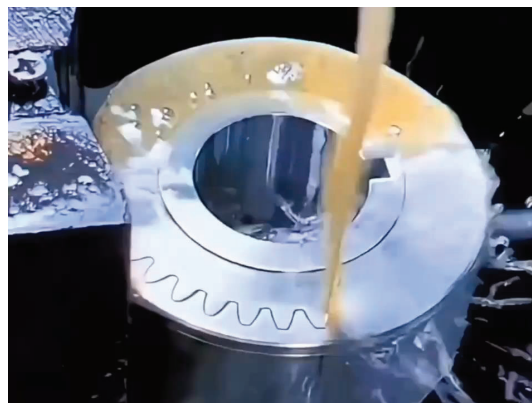
Autres procédés de taillage

• Électroérosion à fil

– Principe

- Courant électrique entre le fil et l'ébauche
- Fusion + vaporisation locale de la matière

– Machine spéciale « EDM »



• Usinage multi-axes

- Utilisation d'une fraise dédiée
- Trajectoire d'outil complexe
- Mise en œuvre sur fraiseuse spéciale (4, 5 ou 6+ axes)



Taille du module et outil de taillage

• Taille du module

– Imposée par la taille de l'outil

(exceptions : EDM et usinage multi-axe)

→ Besoin de rationaliser les tailles

• Valeurs normalisées du module

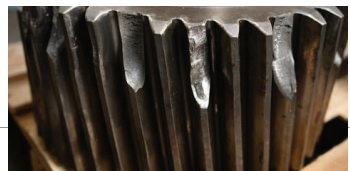
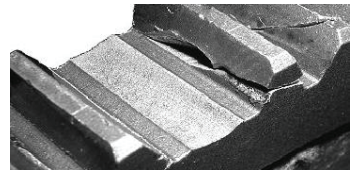
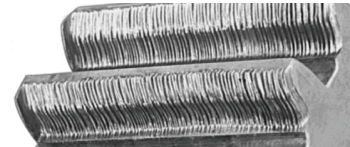
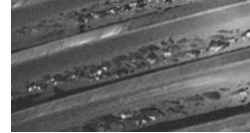
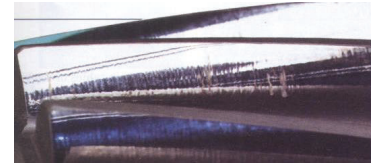
→ Extrait de la série I,
selon normes DIN 780 + ISO 54

Série principale selon DIN 780 + ISO 54 valeurs en mm (extrait)		
0,5	2,5	10
0,6	3	12
0,8	4	16
1	5	20
1,25	6	25
1,5	8	32
2	10	40

Usure, ruine et dimensionnement (1/2)

• Usure & ruine des engrenages

- **Surface poli miroir (« auto-polissage »)**
et \emptyset perte d'épaisseur de denture
→ Usure normale
- **Apparition de cavités sur la denture (« pitting »)**
→ Pression excessive au contact dent sur dent
- **Apparition de stries radiales et perte d'épaisseur de denture**
→ Grippage ou usure abrasive
- **Rupture catastrophique d'une dent**
→ Contrainte excessive en pied de dent
- **Ruine localisée (un ou plusieurs modes)**
→ Présence de défaut(s) géométrique(s)



S. Soubielle

Usure, ruine et dimensionnement (2/2)

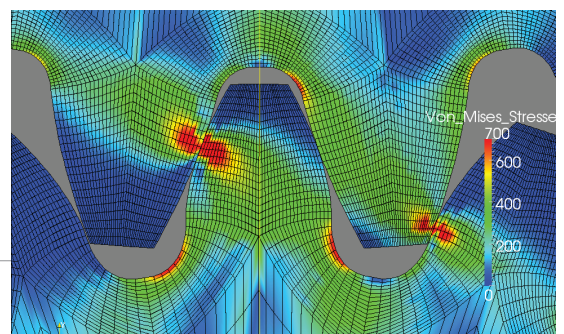
• Comment éviter les modes de ruine prématurée ?

- **Conditions de fonctionnement**
 - Choix judicieux des vitesses de fonctionnement / glissement
 - Lubrification adaptée
 - Travail sur les précisions géométriques (fabrication & montage)
- **Dimensionnement**
 - On agit sur le module m et la largeur de denture b ...
 - ... En vue de satisfaire des critères de résistance / d'endurance

On pose $b = \psi \cdot m$
Avec ψ = « largeur de denture normalisée »

• Méthodes de dimensionnement

- Par essais destructifs
- Par analyses numériques (EF)
- Par calculs analytiques

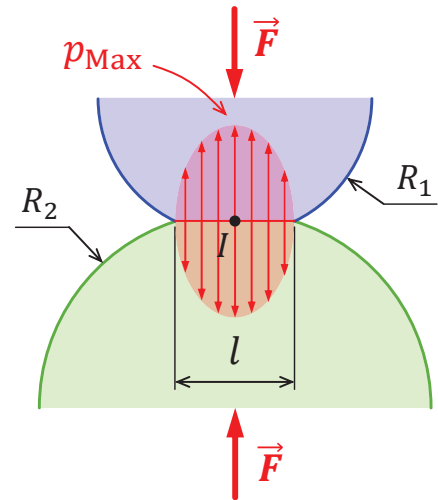


S. Soubielle

Pression de contact dent sur dent (1/6)

• Théorie du contact de Hertz

- Soient deux solides en contact au point I avec une force d'appui F
 - Largeur l du contact
 - Pression de contact maximale p_{Max}
- Cas du contact entre deux cylindres
 - D'axes parallèles
 - De longueur $L_1 = L_2 = L$
 - De rayons R_1 et R_2



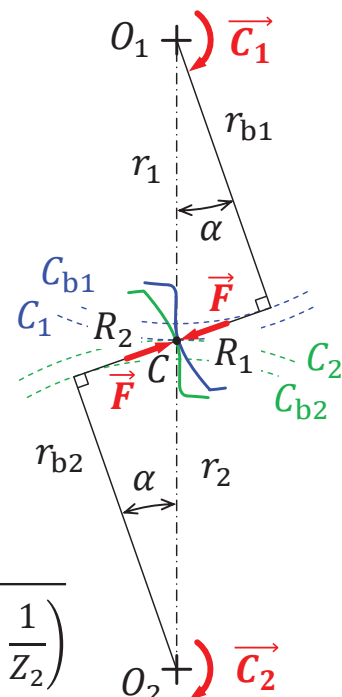
$$\rightarrow p_{\text{max}} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot l \cdot L} \quad \text{avec} \quad l = 4 \cdot \sqrt{\left(\frac{1 - \nu_1^2}{\pi \cdot E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{\pi \cdot E_2} \right) \cdot \frac{F}{L} \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}$$

Avec ν_1, ν_2 : coefficients de Poisson // E_1, E_2 : modules de Young

Pression de contact dent sur dent (2/6)

• Application aux roues dentées (contact au pôle C)

- Roues dentées normalisées
 - $R_1 = r_1 \cdot \sin \alpha$ et $R_2 = r_2 \cdot \sin \alpha$
 - $r_1 = m \cdot Z_1 / 2$ et $r_2 = m \cdot Z_2 / 2$
 - $F = C_1 / r_{b1} = C_2 / r_{b2}$
 - $r_{b1} = r_1 \cdot \cos \alpha$ et $r_{b2} = r_2 \cdot \cos \alpha$
 - $L = b = \psi \cdot m$



- Et on suppose même matériau sur les deux roues en prise

$$\nu_1 = \nu_2 = \nu \quad \text{et} \quad E_1 = E_2 = E$$

$$\rightarrow p_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2}{\pi \cdot (1 - \nu^2) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha} \cdot \frac{C_1 \cdot E}{m^3 \cdot Z_1 \cdot \psi} \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)}$$

Pression de contact dent sur dent (3/6)

• Critère de résistance au contact → $m_{H-\min}$

- Il faut garantir $p_{\max} < \sigma_{H-Adm}$

σ_{H-Adm} : limite admissible à la pression de contact

$$\rightarrow m_{H-\min} = \sqrt[3]{\frac{2}{\pi \cdot (1 - \nu^2) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha} \cdot \frac{C_1 \cdot E}{\psi \cdot Z_1 \cdot \sigma_{H-Adm}^2} \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)}$$

- Application numérique

$$\alpha = 20^\circ$$

$$\nu \approx 0,3$$

$$\rightarrow m_{H-\min} = 1,30 \cdot \sqrt[3]{\frac{C_1 \cdot E}{\psi \cdot Z_1 \cdot \sigma_{H-Adm}^2} \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)}$$

Pression de contact dent sur dent (4/6)

• Pertinence du modèle

- Modèle de Hertz

$$\rightarrow p_{\max} \propto \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}}$$

- $R_1 + R_2 = (r_1 + r_2) \cdot \sin \alpha$

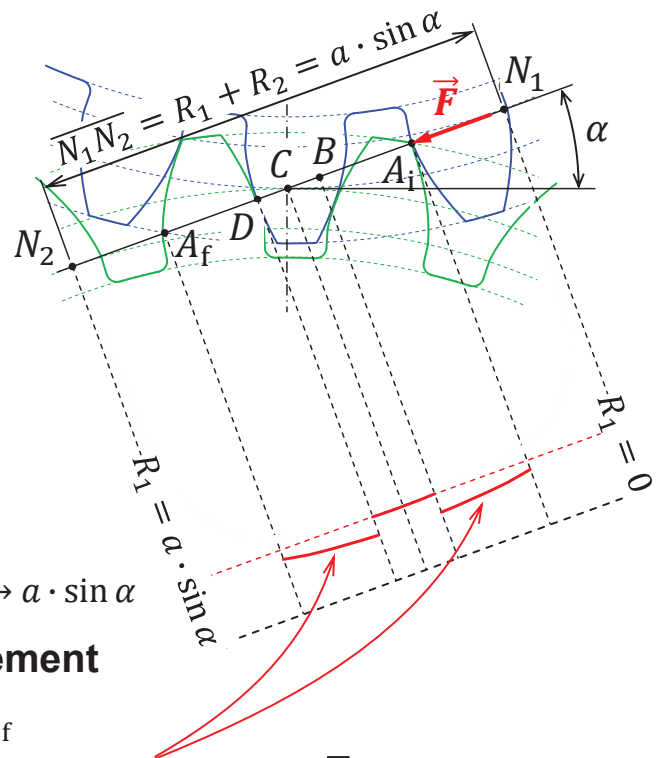
$$= a \cdot \sin \alpha (= \text{constante})$$

$$\rightarrow p_{\max} \propto \sqrt{\frac{a \cdot \sin \alpha}{R_1 \cdot (a \cdot \sin \alpha - R_1)}}$$

$$\rightarrow p_{\max} \rightarrow \infty \text{ pour } R_1 \rightarrow 0 \text{ \& } R_1 \rightarrow a \cdot \sin \alpha$$

- À prendre en compte également

- Contact uniquement sur $A_i A_f$
- Double contact sur $A_i B$ et $D A_f \rightarrow p'_{\max} = p_{\max} / \sqrt{2}$



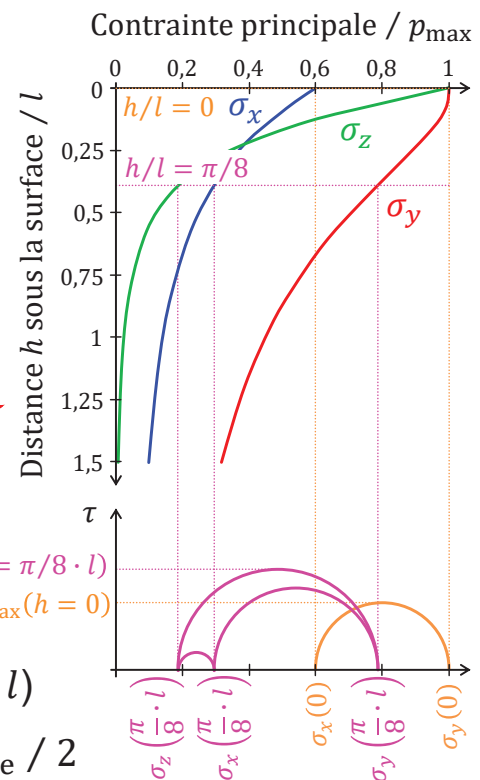
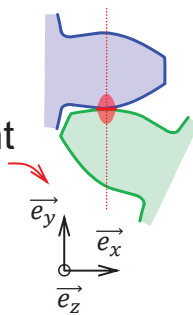
Pression de contact dent sur dent (5/6)

• Contraintes sous la surface

- État de contrainte triaxial sous le contact dent-dent
- Soit le contact dent sur dent selon l'orientation indiquée

→ $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ = dir. principales du tenseur des contraintes

→ $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ = contraintes principales



• Contrainte de cisaillement τ_{\max}

- $\tau > 0$ si $\sigma_i \neq \sigma_j$
- Et : $\tau_{\max} = \max(\sigma_i - \sigma_j) / 2$
- $\tau_{\max} = 0,315 \cdot p_{\max}$ (obtenu à $h = \pi/8 \cdot l$)
- Critère à respecter (Tresca) : $\tau_{\max} < R_{pe} / 2$

$\tau_{\max}(h = \pi/8 \cdot l)$
 $\tau_{\max}(h = 0)$

Pression de contact dent sur dent (6/6)

• Critère de résistance en cisaillement → $m_{\tau-\min}$

- Il faut garantir $\tau_{\max} < R_{pe} / 2$

R_{pe} : résistance pratique élastique, telle que $R_{pe} = R_e / s$

$$\rightarrow m_{\tau-\min} = 0,74 \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{\pi \cdot (1 - \nu^2) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha} \cdot \frac{C_1 \cdot E}{\psi \cdot Z_1 \cdot R_{pe}^2} \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right)}$$

– τ_{\max} obtenu à la profondeur $h = \pi/8 \cdot l$ sous la surface

$$\rightarrow h = \sqrt{\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1 - \nu^2}{E} \cdot \frac{C_1 \cdot \tan \alpha}{\psi \cdot m} \cdot \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}}$$

– Si $\alpha = 20^\circ$ et $\nu \approx 0,3$

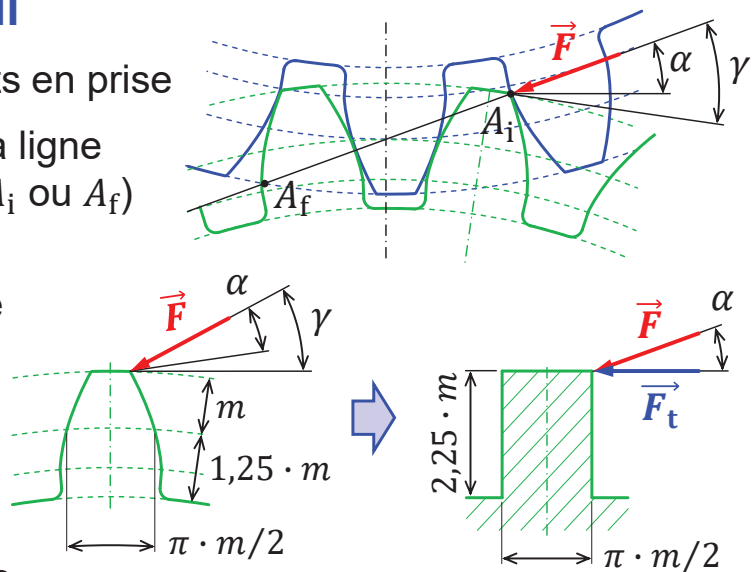
$$\rightarrow m_{\tau-\min} = 0,95 \cdot \sqrt[3]{\frac{C_1 \cdot E}{\psi \cdot Z_1 \cdot R_{pe}^2} \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right)}$$

→ Avec τ_{\max} obtenu à une profondeur $h = 0,72 \cdot \sqrt{\frac{C_1}{\psi \cdot m \cdot E} \cdot \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}}$

Contrainte de flexion sur la dent (1/3)

• Hypothèses de calcul

- Un seul couple de dents en prise
- Contact à la limite de la ligne d'engrènement (point A_i ou A_f)
- Dent assimilée à une poutre droite encastree
- Angle d'incidence de l'effort F par rapport au plan médian de la dent approximé par α
- Pas de prise en compte de l'effort radial (compression)



• Moment et contrainte de flexion $M_f = F_t \cdot h$ & $\sigma = \frac{M_f}{I/v}$

Contrainte de flexion sur la dent (2/3)

• Moment et contrainte de flexion max.

- **Moment de flexion max.**

$$(M_f)_{\max} = M_f(y = 0) = F_t \cdot 2,25 \cdot m$$

- **Contrainte de flexion max.**

$$\sigma_{\max} = \frac{(M_f)_{\max}}{I} \cdot v_{\max} \quad \text{avec} \quad I = \frac{b \cdot (\pi \cdot m/2)^3}{12} \quad \text{et} \quad v_{\max} = \pi \cdot m/4$$

- **Dent normalisée et expression en fonction du couple**

$$b = \psi \cdot m \quad \text{et} \quad F_T = \frac{C_1}{r_1} = \frac{2 \cdot C_1}{m \cdot Z_1} \quad \rightarrow \quad \sigma_{\max} = 10,94 \cdot \frac{C_1}{m^3 \cdot Z_1 \cdot \psi}$$

• Critère de résistance en flexion $\rightarrow m_{F-\min}$

Il faut garantir $\sigma_{\max} < R_{pe}$ $\rightarrow m_{F-\min} = 2,22 \cdot \sqrt[3]{\frac{C_1}{\psi \cdot Z_1 \cdot R_{pe}}}$

Contrainte de flexion sur la dent (3/3)

• Pertinence du modèle

– Point d'application vs. intensité de l'effort

→ Pas cohérent avec $\varepsilon_\alpha > 1$

– Modélisation par poutre droite

→ Simplification très grossière

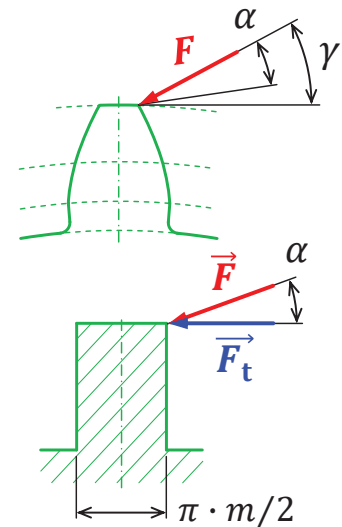
→ $\pi \cdot m/2 < \text{épaisseur réelle du pied de dent}$

– Effort considéré = F_t (uniquement)

→ Pas de prise en compte de la compression

– σ_{\max} calculée à un point de singularité

→ Aucune prise en compte des effets de bord



• Facteur de correction Y

Utilisé pour tenir compte des défauts du modèle



$$m_{F-\min} = 2,22 \cdot \sqrt[3]{\frac{Y \cdot C_1}{\psi \cdot Z_1 \cdot R_{pe}}}$$

S.

21

Des questions ?

