

Transmissions par engrenages III

**Fabrication de la denture,
Modes de ruine et dimensionnement
de la dent**

Dr. S. Soubielle



Dans ce cours, nous allons...

... Présenter les procédés de fabrication de la denture

- ... Taillage par outil de forme
- ... Taillage par génération
- ... Autres types de taillage

... Décrire les modes d'usure et de ruine de la denture

- ... Piquage, grippage, abrasion, rupture

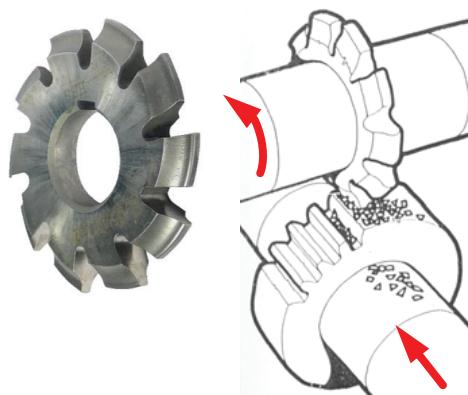
... Définir les conditions de résistance de la denture

- ... Condition de résistance en flexion
- ... Condition de résistance à la pression de contact

Taillage par outil de forme

• Taillage par « fraise module »

- **Mouvements** : Fraise → rotation
Ébauche → translation
- **Machine** : Fraiseuse + plateau diviseur

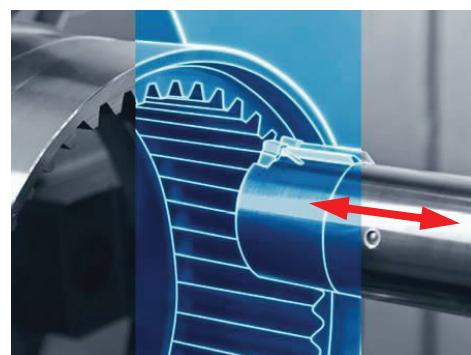


• Taillage par brochage

- **Mouvement** : Broche → translation
- **Machine** : Tour (+ plateau diviseur)

• Comparatif possibilités

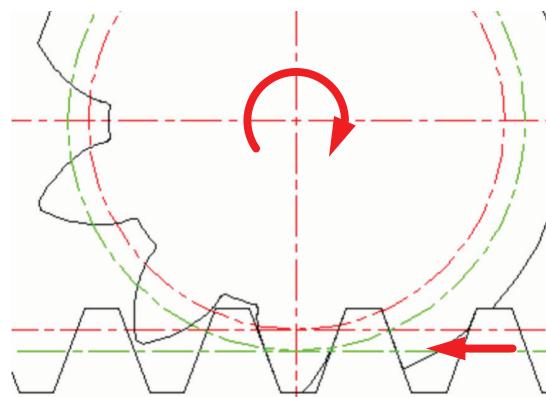
Dentures possibles	Extérieure		Intérieure	
	Droite	Hélic.	Droite	Hélic.
Fraise module	✓	✓	✗	✗
Brochage	✓	(✓)	✓	✗



Taillage par « génération »

• Principe général

- **Mouvements « conjugués » de l'outil et de l'ébauche**
 - Simulent l'engrènement entre deux roues dentées
- **Taillage sur machines dédiées**
- **Formes d'outils**



Crémaillère de taillage



Outil pignon



« Fraise-mère »

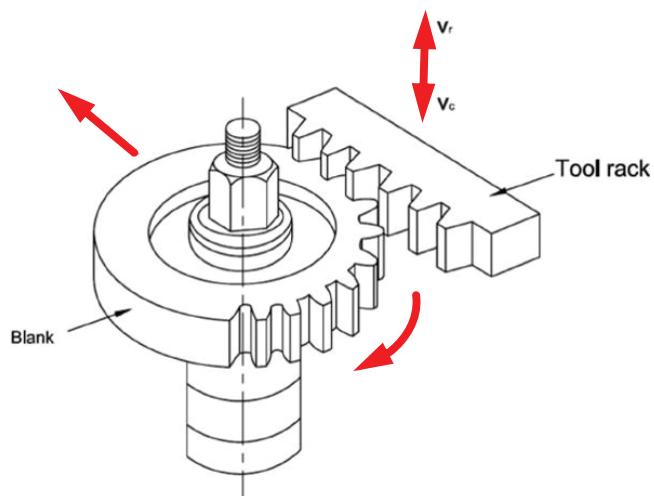


Outil « skyving »

Taillage par outil crémailleère

• Mouvement

- **Outil** → Translation alternée
- **Ébauche** → Translation + rotation combinées



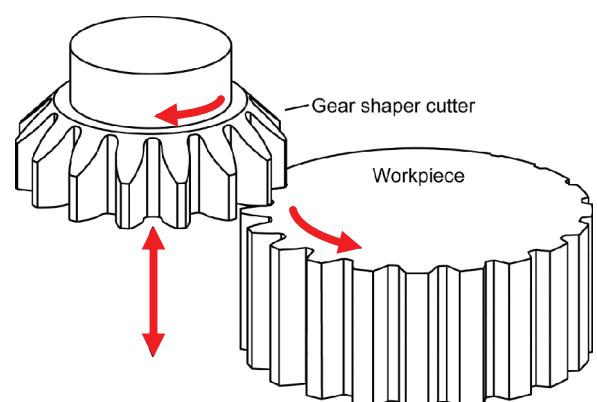
• Particularités

- ✓ Outil facile à affûter
- ✓ Taillage de denture extérieure droite ou hélicoïdale
- ⚠ 18 dents au min. sans interférence sur denture droite normalisée
- ⚠ Taillage de denture extérieure uniquement

Taillage par outil-pignon

• Mouvements

- **Outil** → Translation alternée
- **Outil + ébauche**
→ Rotations combinées



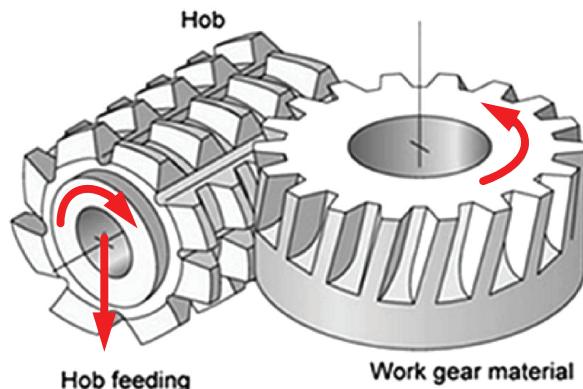
• Particularités

- ✓ 13 dents au min. sans interférence sur denture droite normalisée
- ✓ Taillage de denture extérieure droite ou hélicoïdale
- ✓ Taillage de denture intérieure droite ou hélicoïdale

Taillage par fraise-mère (« hobbing »)

• Mouvements

- **Outil** → Translation
- **Outil + ébauche**
→ Rotations combinées



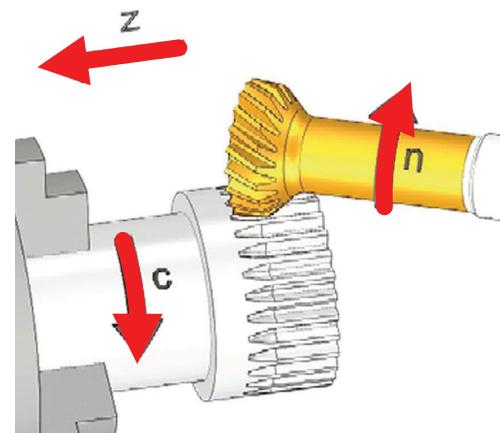
• Avantages / inconvénients

- ✓ Taillage de denture extérieure droite ou hélicoïdale
- ✓ Taillage de denture de type roue et vis sans fin
- ✓ Procédé à haut débit de copeau
- ⚠ Taillage de denture extérieure uniquement
- ⚠ 18 dents au min. sans interférence sur denture droite normalisée

Taillage par « skiving »

• Mouvements

- **Outil** → Translation
- **Outil + ébauche**
→ Rotations combinées



• Avantages / inconvénients

- ✓ 13 dents au min. sans interférence sur denture droite normalisée
- ✓ Taillage de denture extérieure droite ou hélicoïdale
- ✓ Taillage de denture intérieure droite ou hélicoïdale
- ✓ Procédé à haut débit de copeau
- ✓ Usinage sur centre d'usinage

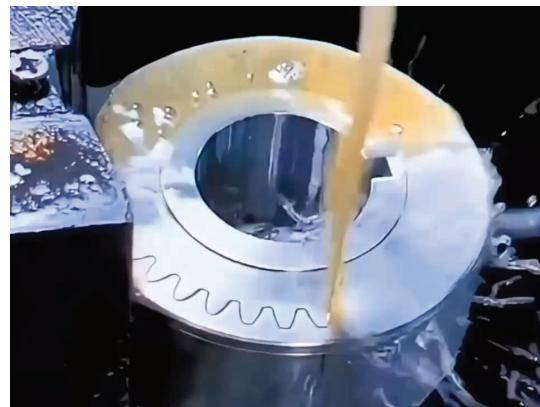
Autres procédés de taillage

• Électroérosion à fil

– Principe

- Courant électrique entre le fil et l'ébauche
- Fusion + vaporisation locale de la matière

– Machine spéciale « EDM »



• Usinage multi-axes

- Utilisation d'une fraise dédiée
- Trajectoire d'outil complexe
- Mise en œuvre sur fraiseuse spéciale (4, 5 ou 6+ axes)



Taille du module et outil de taillage

• Taille du module

– Imposée par la taille de l'outil

(exceptions : EDM et usinage multi-axe)

→ Besoin de rationaliser les tailles

• Valeurs normalisées du module

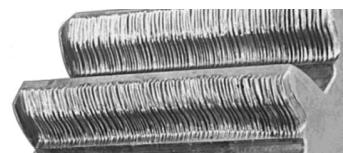
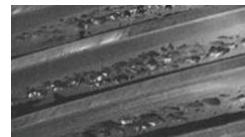
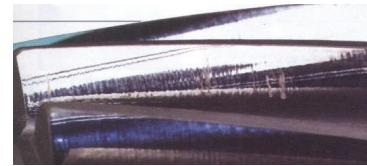
→ Extrait de la série I,
selon normes DIN 780 + ISO 54

Série principale selon DIN 780 + ISO 54 valeurs en mm (extrait)		
0,5	2,5	10
0,6	3	12
0,8	4	16
1	5	20
1,25	6	25
1,5	8	32
2	10	40

Usure, ruine et dimensionnement (1/2)

• Usure & ruine des engrenages

- Surface poli miroir (« auto-polissage ») et Ø perte d'épaisseur de denture
→ Usure normale
- Apparition de cavités sur la denture (« pitting »)
→ Pression excessive au contact dent sur dent
- Apparition de stries radiales et perte d'épaisseur de denture
→ Grippage ou usure abrasive
- Rupture catastrophique d'une dent
→ Contrainte excessive en pied de dent
- Ruine localisée (un ou plusieurs modes)
→ Présence de défaut(s) géométrique(s)



S. Soubielle

Usure, ruine et dimensionnement (2/2)

• Comment éviter les modes de ruine prématuée ?

– Conditions de fonctionnement

- Choix judicieux des vitesses de fonctionnement / glissement
- Lubrification adaptée
- Travail sur les précisions géométriques (fabrication & montage)

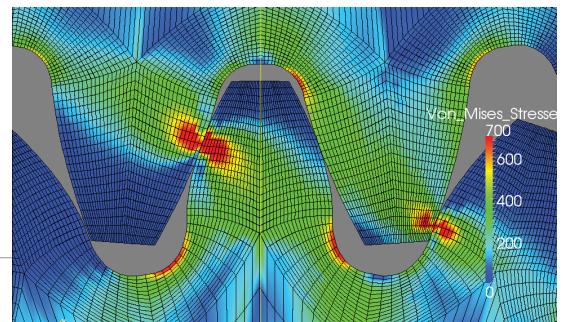
On pose $b = \psi \cdot m$
Avec ψ = « largeur de denture normalisée »

– Dimensionnement

- On agit sur le module m et la largeur de denture b ...
- ... En vue de satisfaire des critères de résistance / d'endurance

• Méthodes de dimensionnement

- Par essais destructifs
- Par analyses numériques (EF)
- Par calculs analytiques



Pression de contact dent sur dent (1/6)

• Théorie du contact de Hertz

- Soient deux solides en contact au point I avec une force d'appui F

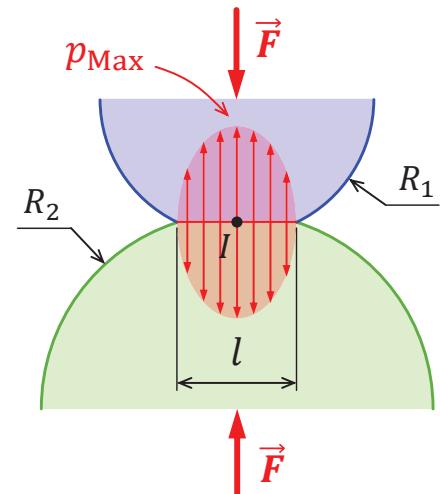
→ Largeur l du contact
→ Pression de contact maximale p_{Max}

– Cas du contact entre deux cylindres

- D'axes parallèles
- De longueur $L_1 = L_2 = L$
- De rayons R_1 et R_2

$$\rightarrow p_{\text{max}} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot l \cdot L} \quad \text{avec} \quad l = 4 \cdot \sqrt{\left(\frac{1 - \nu_1^2}{\pi \cdot E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{\pi \cdot E_2} \right) \cdot \frac{F}{L} \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}$$

Avec ν_1, ν_2 : coefficients de Poisson // E_1, E_2 : modules de Young



Pression de contact dent sur dent (2/6)

• Application aux roues dentées (contact au pôle C)

– Roues dentées normalisées

$$R_1 = r_1 \cdot \sin \alpha \quad \text{et} \quad R_2 = r_2 \cdot \sin \alpha$$

$$r_1 = m \cdot Z_1 / 2 \quad \text{et} \quad r_2 = m \cdot Z_2 / 2$$

$$F = C_1 / r_{b1} = C_2 / r_{b2}$$

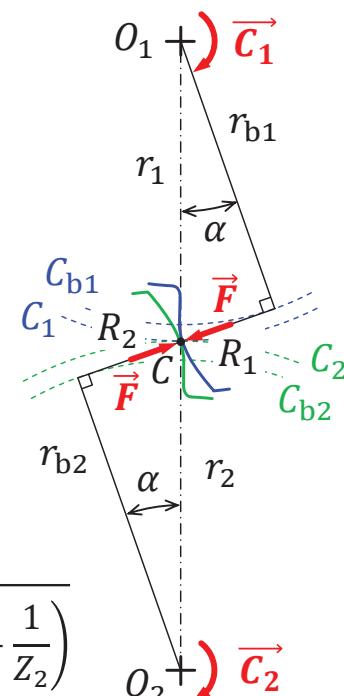
$$r_{b1} = r_1 \cdot \cos \alpha \quad \text{et} \quad r_{b2} = r_2 \cdot \cos \alpha$$

$$L = b = \psi \cdot m$$

– Et on suppose même matériau sur les deux roues en prise

$$\nu_1 = \nu_2 = \nu \quad \text{et} \quad E_1 = E_2 = E$$

$$\rightarrow p_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2}{\pi \cdot (1 - \nu^2) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha} \cdot \frac{C_1 \cdot E}{m^3 \cdot Z_1 \cdot \psi} \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)}$$



Pression de contact dent sur dent (3/6)

- Critère de résistance au contact $\rightarrow m_{H-\min}$

- Il faut garantir $p_{\max} < \sigma_{H-\text{Adm}}$

$\sigma_{H-\text{Adm}}$: limite admissible à la pression de contact

$$\rightarrow m_{H-\min} = \sqrt[3]{\frac{2}{\pi \cdot (1 - \nu^2) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha} \cdot \frac{C_1 \cdot E}{\psi \cdot Z_1 \cdot \sigma_{H-\text{Adm}}^2} \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)}$$

- Application numérique

$$\alpha = 20^\circ$$

$$\nu \approx 0,3$$

$$\rightarrow m_{H-\min} = 1,30 \cdot \sqrt[3]{\frac{C_1 \cdot E}{\psi \cdot Z_1 \cdot \sigma_{H-\text{Adm}}^2} \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)}$$

Pression de contact dent sur dent (4/6)

- Pertinence du modèle

- Modèle de Hertz

$$\rightarrow p_{\max} \propto \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}}$$

$$- R_1 + R_2 = (r_1 + r_2) \cdot \sin \alpha$$

$$= a \cdot \sin \alpha \quad (= \text{constante})$$

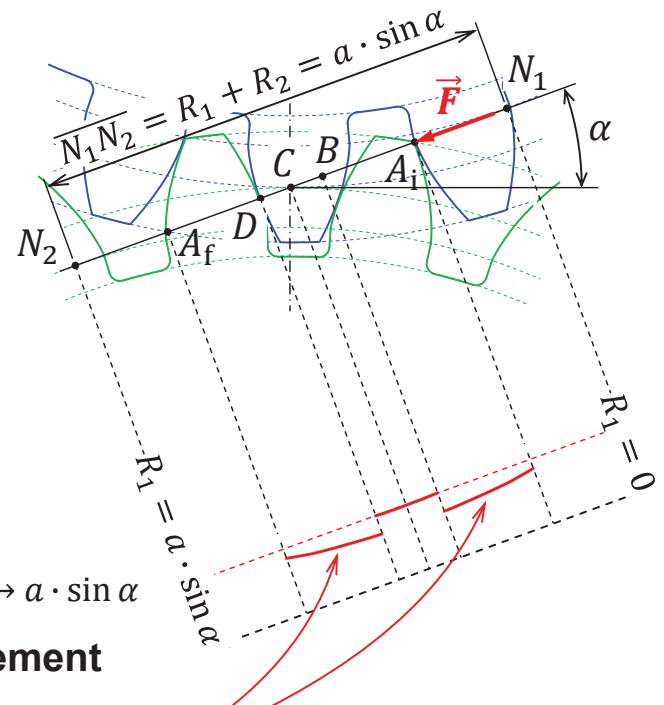
$$\rightarrow p_{\max} \propto \sqrt{\frac{a \cdot \sin \alpha}{R_1 \cdot (a \cdot \sin \alpha - R_1)}}$$

$$\rightarrow p_{\max} \rightarrow \infty \text{ pour } R_1 \rightarrow 0 \text{ & } R_1 \rightarrow a \cdot \sin \alpha$$

- À prendre en compte également

- Contact uniquement sur $A_i A_f$

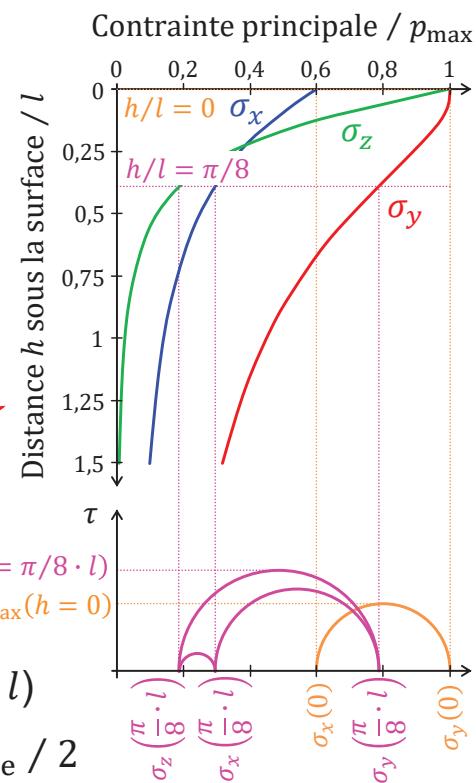
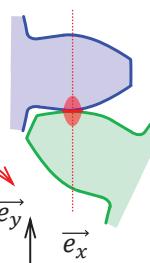
- Double contact sur $A_i B$ et $D A_f \rightarrow p'_{\max} = p_{\max} / \sqrt{2}$



Pression de contact dent sur dent (5/6)

• Contraintes sous la surface

- État de contrainte triaxial sous le contact dent-dent
- Soit le contact dent sur dent selon l'orientation indiquée
 $\rightarrow \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ = dir. principales du tenseur des contraintes
 $\rightarrow \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ = contraintes principales



• Contrainte de cisaillement τ_{\max}

- $\tau > 0$ si $\sigma_i \neq \sigma_j$
- Et : $\tau_{\max} = \max (\sigma_i - \sigma_j) / 2$
- $\tau_{\max} = 0,315 \cdot p_{\max}$ (obtenu à $h = \pi/8 \cdot l$)
- Critère à respecter (Tresca) : $\tau_{\max} < R_{pe} / 2$

Pression de contact dent sur dent (6/6)

• Critère de résistance en cisaillement $\rightarrow m_{\tau-\min}$

- Il faut garantir $\tau_{\max} < R_{pe} / 2$

R_{pe} : résistance pratique élastique, telle que $R_{pe} = R_e / s$

$$\rightarrow m_{\tau-\min} = 0,74 \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{\pi \cdot (1 - \nu^2) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha} \cdot \frac{C_1 \cdot E}{\psi \cdot Z_1 \cdot R_{pe}^2} \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)}$$

$$- \tau_{\max} \text{ obtenu à la profondeur } h = \pi/8 \cdot l \text{ sous la surface} \rightarrow h = \sqrt{\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1 - \nu^2}{E} \cdot \frac{C_1 \cdot \tan \alpha}{\psi \cdot m} \cdot \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}}$$

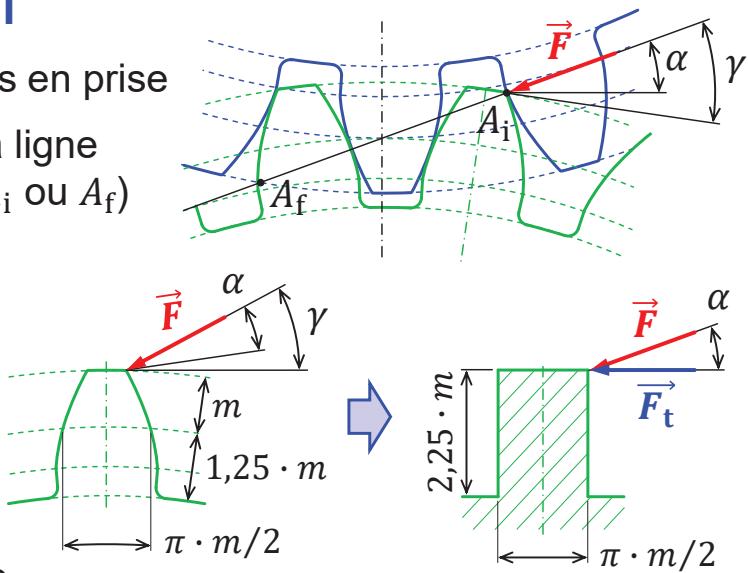
$$- \text{ Si } \alpha = 20^\circ \text{ et } \nu \approx 0,3 \rightarrow m_{\tau-\min} = 0,95 \cdot \sqrt[3]{\frac{C_1 \cdot E}{\psi \cdot Z_1 \cdot R_{pe}^2} \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)}$$

$$\rightarrow \text{Avec } \tau_{\max} \text{ obtenu à une profondeur } h = 0,72 \cdot \sqrt{\frac{C_1}{\psi \cdot m \cdot E} \cdot \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}}$$

Contrainte de flexion sur la dent (1/3)

• Hypothèses de calcul

- Un seul couple de dents en prise
- Contact à la limite de la ligne d'engrenement (point A_i ou A_f)
- Dent assimilée à une poutre droite encastrée
- Angle d'incidence de l'effort F par rapport au plan médian de la dent approximé par α
- Pas de prise en compte de l'effort radial (compression)



• Moment et contrainte de flexion

$$M_f = F_t \cdot h \quad \& \quad \sigma = \frac{M_f}{I/v}$$

Contrainte de flexion sur la dent (2/3)

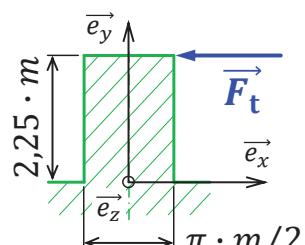
• Moment et contrainte de flexion max.

– Moment de flexion max.

$$(M_f)_{\max} = M_f(y = 0) = F_t \cdot 2,25 \cdot m$$

– Contrainte de flexion max.

$$\sigma_{\max} = \frac{(M_f)_{\max}}{I} \cdot v_{\max} \quad \text{avec} \quad I = \frac{b \cdot (\pi \cdot m/2)^3}{12} \quad \text{et} \quad v_{\max} = \pi \cdot m/4$$



– Dent normalisée et expression en fonction du couple

$$b = \psi \cdot m \quad \text{et} \quad F_T = \frac{C_1}{r_1} = \frac{2 \cdot C_1}{m \cdot Z_1} \quad \rightarrow \quad \sigma_{\max} = 10,94 \cdot \frac{C_1}{m^3 \cdot Z_1 \cdot \psi}$$

• Critère de résistance en flexion $\rightarrow m_{F-\min}$

Il faut garantir $\sigma_{\max} < R_{pe}$

$$m_{F-\min} = 2,22 \cdot \sqrt[3]{\frac{C_1}{\psi \cdot Z_1 \cdot R_{pe}}}$$

Contrainte de flexion sur la dent (3/3)

• Pertinence du modèle

– Point d'application vs. intensité de l'effort

→ Pas cohérent avec $\varepsilon_\alpha > 1$

– Modélisation par poutre droite

→ Simplification très grossière

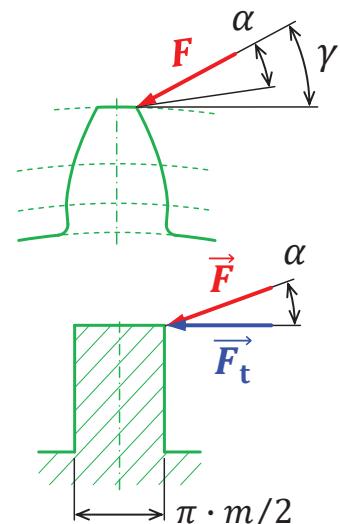
→ $\pi \cdot m/2 <$ épaisseur réelle du pied de dent

– Effort considéré = F_t (uniquement)

→ Pas de prise en compte de la compression

– σ_{\max} calculée à un point de singularité

→ Aucune prise en compte des effets de bord



• Facteur de correction Y

Utilisé pour tenir compte des défauts du modèle

$$m_{F-\min} = 2,22 \cdot \sqrt[3]{\frac{Y \cdot C_1}{\psi \cdot Z_1 \cdot R_{pe}}}$$

Des questions ?

